

## La enseñanza del sistema de numeración en los primeros grados

*Susana Wolman*

*Licenciada en Ciencias de la Educación y Psicóloga (UBA). Magíster en Didáctica (UBA). Profesora adjunta de Psicología y Epistemología Genética, UBA. Investigadora sobre la adquisición del sistema de numeración (UBACyT)*

¿Palitos y ataditos? ¿Dibujos de triángulos y cuadraditos? ¿Ábacos? ¿Cómo enseñar el sistema de numeración, qué recursos emplear para su aprendizaje y sobre todo para que los alumnos comprendan el valor posicional? ¿Cómo hacer para que los niños comprendan lo que es fundamental del sistema? Estas preguntas circularon una y otra vez en reuniones docentes, en cursos de perfeccionamiento y ocuparon muchas hojas de artículos sobre la enseñanza.

Si bien a lo largo del tiempo se propusieron diferentes enfoques, las respuestas a estas preguntas que la enseñanza usual despliega al abordar el sistema de numeración, se pueden sintetizar a través de los siguientes criterios: establecer topes por grado y enseñar los números de uno en uno siguiendo el orden de la serie; introducir la noción de decena como resultante de la agrupación de diez unidades; explicitar el valor posicional de cada cifra señalando “unidades y decenas” como requisito para la resolución de las operaciones y emplear diferentes recursos materiales para concretar el principio de agrupamiento de base diez.

Con respecto a este último punto, recordemos que la tradición escolar supone que el principio de agrupamiento de base y diez y el valor posicional se comprenden a través de la realización de agrupamientos con materiales concretos y/o dibujos y en consecuencia aparece en los cuadernos 1º y/o 2º grado la famosa “casita” en las que se marcan las unidades y las decenas.

Cabe aclarar que estos recursos presentan varios inconvenientes cuando se intenta enseñar con ellos la posicionalidad. En principio porque justamente “traicionan” la posicionalidad que intentan transmitir. Veamos las razones de esta afirmación. Cuando se tienen dos ataditos de diez palitos y cuatro palitos sueltos, siempre se tienen veinticuatro, independientemente de la manera en que se presenten: cuatro palitos con un atadito delante y otro atrás o bien cuatro palitos y dos ataditos. No es necesario apelar a la posición para interpretar el número. Estos recursos hacen que el sistema de numeración se asemeje más a los sistemas aditivos, en los que se reitera la potencia de la base, que a los sistemas posicionales en los que las potencias de la base se representan solo a través de la posición que ocupan los números. Delia Lerner señala al respecto: “Estos procedimientos para concretar el sistema de numeración tienen dos grandes inconvenientes desde el punto de vista de una didáctica constructivista: el primer gran inconveniente es que se deforma el objeto de conocimiento transformándolo en algo muy diferente de lo que él es; el segundo gran inconveniente es que se impide que los chicos utilicen los conocimientos que ya han construido en relación con el sistema de numeración”. (Lerner, D. 1992 a)

Esta manera de organizar la enseñanza del sistema de numeración es considerada un requisito para la enseñanza de los algoritmos que a su vez se presentan como el único procedimiento posible para resolver operaciones y su enseñanza se basa en el supuesto de que es suficiente con “presentar”, “mostrar” o “relatar” los sucesivos pasos de la resolución convencional para que estos sean adquiridos por los niños. Se deja así a los alumnos solo la posibilidad de repetir lo enseñado con el riesgo de que lo hagan mecánicamente. En otras palabras, este enfoque presupone por un lado, que los alumnos no podrán resolver ninguna operación aritmética si no se les explica previamente cuales son los pasos a seguir; por otro, que la simple explicitación por parte del docente –aunque sea reiterada y se apoye en los recursos antes mencionados- es suficiente para que el alumno comprenda la lógica subyacente

Sin embargo, muchos maestros reconocen –y un amplio abanico de investigaciones lo señalan – que los niños no comprenden los fundamentos de los métodos convencionales para obtener el resultado de las operaciones enseñadas en la escuela aunque repitan y señalen correctamente unidades y decenas. (Kamii, C. 1985; Lerner, D. 1992 b; Ginsburg, 1989; Resnick, y Ford, 1990; Kaplan, Yamamoto y Ginsburg, 1989)<sup>1</sup>

La enseñanza usual del sistema de numeración y de los algoritmos convencionales correspondientes a las operaciones aritméticas en los primeros grados que hemos sintetizado no facilita que los alumnos comprendan las razones de los pasos que se siguen para obtener el resultado. En efecto, los errores que cometen los niños al resolver algoritmos o las explicaciones que brindan acerca de los procedimientos empleados incluso cuando obtienen el resultado correcto –fundamentalmente en las famosas cuentas de “llevarse o pedir prestado”– testimonian la dificultad de los alumnos para comprender que dichas reglas están íntimamente relacionadas con los principios de nuestro sistema de numeración. (Lerner 1992 a; Lerner, Sadovsky y colab. Wolman 1994; Wolman, S. 1999)

En todas estas propuestas de enseñanza estaban ausentes las *ideas de los niños*. Hoy sabemos –gracias a numerosas investigaciones sobre la producción y comprensión de notaciones numéricas– que los niños elaboran conceptualizaciones propias y originales acerca de este objeto cultural; que lo hacen a partir de su interacción con las notaciones y con sus usuarios incluso mucho antes de su entrada en la escuela primaria.

Hace ya más de una década de la publicación de un artículo<sup>2</sup> (Lerner et al. op cit) en el que se sintetizaban los resultados de una primera etapa de investigación sobre las ideas de los niños de entre cinco y siete años, dirigido por Delia Lerner<sup>3</sup>. Allí, además de presentar dichas hipótesis infantiles, se afirmaba que la aparición y reaparición de ciertas respuestas infantiles llevó a esbozar líneas de trabajo, pensar un proyecto de enseñanza que tomara en consideración las ideas que los niños construyen acerca del sistema

---

<sup>1</sup> Aclaremos que cuestionar una concepción de enseñanza no significa que esa concepción sea un “error” de algunos, en todo caso es una construcción colectiva bastante difundida. Son los estudios epistemológicos, psicológicos y didácticos lo que actualmente permiten este cuestionamiento y al mismo tiempo pensar una alternativa diferente.

<sup>2</sup> Nos referimos a Lerner, Sadovsky y Wolman [1994]

<sup>3</sup> Desde 1998 hasta 2004, la investigación se desarrolló en el marco de proyectos UBACyT con la dirección de Delia Lerner y desde esa fecha hasta la actualidad, bajo la dirección de Flavia Terigi.

de numeración. Desde el primer estudio se hizo evidente la necesidad de diseñar situaciones específicas que permitieran a los niños poner en juego aspectos conceptuales del sistema de numeración.

Los siguientes estudios abarcan dos líneas de investigación: psicogenética, que permite avanzar en el conocimiento de las ideas infantiles y didáctica, que involucra el estudio a fondo del funcionamiento de alguna situación didáctica llevada a cabo en diferentes escuelas. Es claro que no podemos sintetizar aquí sus resultados pero sí explicitar algunas ideas que resultan de dichos trabajos y que permiten orientar la enseñanza.

Una de las notas centrales de la propuesta didáctica radica en proponer a los alumnos participar en situaciones didácticas donde se use la numeración escrita sin dosificaciones y sin apelar a recursos mediatizadores de los distintos agrupamientos; es decir, se propone la interacción con el objeto de conocimiento en toda su complejidad.

*“¿Por qué partir de la interacción de los niños con las escrituras numéricas? Porque la numeración escrita es un objeto social con el que ellos están en contacto antes y fuera de la escuela y acerca del cual elaboran desde temprano conceptualizaciones propias –tal como lo han mostrado diversas investigaciones–<sup>4</sup>[...] Considerar lo que los niños ya saben acerca del objeto de conocimiento, diseñar situaciones didácticas que les permitan poner en juego sus conceptualizaciones y les planteen desafíos que los inciten a producir nuevos conocimientos son condiciones esenciales para un proyecto didáctico que aspira a engarzar los conocimientos infantiles con los saberes culturalmente producidos”*  
(Lerner, 2005)

Usar la numeración significa proponer problemas donde los alumnos tengan que movilizar lo que saben para enfrentarlos como anotar e interpretar escrituras numéricas que aun no conocen, (aunque no logren hacerlo convencionalmente) compararlas, ordenarlas, y operar con ellas, es decir resolver operaciones de suma y resta sin que nadie les explique previamente cómo hacerlo. De esta manera los alumnos –lo hemos verificado– detectan *regularidades*. El establecimiento de estas regularidades, es una condición necesaria para que los niños comiencen a reflexionar sobre ellas, a preguntarse por las *razones* de esas reglas y poder llegar a desentrañar aquello que la numeración escrita –menos transparente que la numeración hablada por ser posicional– no muestra. Este es un camino largo, de aproximaciones sucesivas, de un trabajo didáctico sostenido en esta dirección.

Un ejemplo del abordaje del sistema de numeración sin dosificaciones es el de una secuencia didáctica estudiada minuciosamente en nuestra investigación y llevada a cabo en varias escuelas en el inicio de primer grado. Dicha secuencia tiene como propósito producir avances en la interpretación de números por parte de los niños promoviendo la construcción de relaciones validas desde el punto de vista de la

---

<sup>4</sup> Sinclair [1988]; Bressan, Rivas y Scheuer [1991]; Sinclair, Tieche Christinat y otros [1994] Lerner, Sadovsky y Wolman [1994]; Brizuela [1997, 2000 y 2001]; Alvarado y Ferreiro [2002]; Alvarado [2000]

organización del sistema de numeración. Se emplea el juego de la lotería introduciendo nuevas reglas de juego de acuerdo con los objetivos didácticos planteados. Por ejemplo, al “cantar” una bolilla, debe nombrarse el nombre del número, no las cifras que lo componen. La única ayuda consiste en “pistas” que pueden dar los compañeros. Si los niños desconocen el número que tienen que cantar o buscar en el cartón, se pueden solicitar y ofrecer ayudas, etc.<sup>5</sup> A lo largo de la secuencia los niños “juegan” con todos los números, es decir, no se espera que conozcan la denominación de todos los números para jugar, sino que se sostiene que esta propuesta –entre otras- les permitirá avanzar en la interpretación numérica. En este proceso de avance están fuertemente involucradas las regularidades que pueden establecer entre los números. Por ejemplo, para interpretar los números pertenecientes al intervalo entre dos nudos, los niños se apoyan en la escritura del nudo inmediatamente anterior: para cantar 72, los niños señalan 70 y luego leen “setenta y dos” lo que muestra que están considerando que a una parte común de las notaciones de ciertos números corresponderá una parte también común en sus denominaciones orales. Regularidades que serían imposible detectar si solo se trabajara, por ejemplo con los números del 0 al 9.

Este enfoque se vincula –como lo hemos adelantado– con otra manera de enseñar las operaciones. Ya en 1994 afirmábamos que: “cuando los chicos se enfrentan a situaciones problemáticas, generan –además de estrategias propias para resolverlas– procedimientos originales para encontrar los resultados de las operaciones involucradas, procedimientos que están vinculados a la organización del sistema de numeración decimal” (Lerner, et al. op. cit. 1994) Por lo cual *se propone que los alumnos resuelvan situaciones problemáticas sin haberles mostrado previamente algún método de resolución*. Los procedimientos numéricos que los niños utilizan para resolverlas ponen en juego el conocimiento que ellos están construyendo acerca del sistema de numeración, facilitando de esta manera el establecimiento de los vínculos que existen entre éste y sus procedimientos de resolución.

La numeración escrita está regida por un conjunto de operaciones subyacentes (aditivas y multiplicativas) que hacen a su organización posicional y decimal. Los cálculos están regidos por reglas que dependen de la organización de los números. Por ejemplo, cuando un niño, para sumar  $35 + 26$  hace  $10 + 10 + 10 + 5 + 10 + 10 + 6$ , suma los “dieces” y luego el cinco y el seis, está considerando cómo se compone cada uno de los números involucrados, cuáles de las “partes” en las que descompuso los números son del mismo orden para componerlas entre sí ( $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60$ ) y, finalmente, las de diferente orden ( $5 + 6$ ). Estas transformaciones sobre los números están utilizando las operaciones aditivas que subyacen a la numeración escrita.

También las cuentas convencionales apelan a las reglas del sistema de numeración: sin embargo al sumar o restar en columnas, los alumnos no necesitan poner en acción en todo momento los conocimientos sobre el sistema de numeración. Sumar las cifras de unidades y decenas puede ser realizado sin pensar lo que estas cifras representan, siempre se suman cifras.

En contextos didácticos orientados a provocar que los niños desplieguen sus propios procedimientos, los “anoten”, los comparen con los de sus compañeros y los justifiquen se hace evidente que sus

---

<sup>5</sup> Puede consultarse Broitman y Kuperman (2005) y Quaranta, Tarasow y Wolman (2003)

procedimientos se vinculan con sus concepciones sobre el sistema de numeración y a su vez se originan nuevos conocimientos sobre las reglas que rigen el sistema. La organización de la numeración escrita y las operaciones sostienen estrechas interrelaciones: comprender el sistema de numeración supone desentrañar cuáles son las operaciones subyacentes a ella, al mismo tiempo que la resolución de operaciones constituye un terreno fecundo para profundizar en la comprensión del sistema de numeración. Organizar tiempos y espacios en los que se reflexione tiene como objetivo que los alumnos expliciten y fundamenten tanto los procedimientos desplegados como las transformaciones numéricas realizadas, justifiquen su validez, discutan acerca de sus diferencias y semejanzas, retomem regularidades numéricas ya detectadas o descubran nuevas, se apropien de un modelo de escritura aritmética. Desde esta perspectiva, focalizar en la relación existente entre notación numérica y operaciones aritméticas constituye una instancia privilegiada para profundizar en la comprensión del sistema de numeración.

Puede advertirse que estamos oponiendo un aprendizaje de reglas sostenidas por la comprensión de su fundamentación o su funcionamiento a un aprendizaje de reglas en sí mismas, sin llegar a desentrañar su por qué.

Llegar a establecerlas en el marco de un proceso constructivo, es permitir tejer un conjunto de relaciones que las justifican, que permite extenderlas a nuevas situaciones o vincularlas con otras reglas, es bien diferente a aprenderlas porque “alguien me las dijo” –es decir, de manera fundamentalmente externa–, sin comprender el por qué de tales reglas.

En situaciones didácticas como las que se señalan, los chicos pueden formular afirmaciones como las siguientes:

*“El que nunca me acuerdo es el veinte, pero si me lo decís, después ya sé solo que sigue veintiuno, veintidós, veintitrés”...* (Frente al conteo de su colección de objetos)

*“Ese no puede ser diecisiete (por 107) porque tiene tres [cifras] y los de tres son cien, siempre”.* (Frente a la interpretación de una escritura no convencional de otro niño)

*“Cuando le sumás diez o cualquiera de los de diez [veinte, treinta, cincuenta] a uno de los de cien, no cambia el de adelante, porque es de los dieces del medio”* (Justificando sumas)

*“Ese no puede ser el treinta y cinco porque treinta suena a tres y ese, que tiene un cuatro, tiene que ser cuaaa...renta y cinco”*(Frente a la bolilla 45 y como respuesta a una interpretación de una compañera)

*“En veintitrés, el cero de veinte está abajo del tres”* (Justificando su escritura convencional de 23)

*“Esta es la compu más cara porque todos tienen cuatro [cifras] en el precio, pero este es el único que empieza con tres; los otros empiezan con más chicos”* (Comparando precios)

*“Si “tendría” treinta y seis más diez es cuarenta y seis; treinta y seis menos diez es veintiséis porque le sacamos un diez (Frente a la pregunta de la maestra acerca de cómo sabían que treinta y seis menos diez es veintiséis)<sup>6</sup>*

*“Cuando está el dos solo y no tuvo nunca, nunca un número atrás, entonces es dos”.*

*“El dos siempre vale veinte cuando tiene un número atrás, pero es de a dos números”.*

*“Como el veinte tiene dos dieces, podés formar veinte adentro del dos cuando tiene un número al lado”.*

(En una reflexión, respuesta de varios alumnos cuando la maestra preguntó cuándo el dos vale veinte)

*“Cuatro y cuarenta se parecen en el cuatro pero no valen igual; el de cuarenta son cuatro de diez”*

(Justificando en un juego en el que cada punto de un dado vale diez, por qué cuatro se escribe 40)

*“El de adelante es el de los dieces, si el seis está adelante, tiene seis dieces”* (Respondiendo a una contraargumentación de la maestra acerca de si 63 podría desarmarse en 30 y 6)

*“Para hacer sumas podés ordenar los números como quieras, da lo mismo porque son los mismos números que los ponés en otro orden.”*

*“En la resta no pasa porque le sacás. Sólo pasa con la suma que se puede cambiar el orden de los números”.* (Algunas respuestas de los alumnos sobre lo que saben de cómo resolver sumas y restas)

Estos niños están construyendo conocimiento matemático y estas afirmaciones son su expresión. Compartirlas y reflexionar sobre ellas en las clases es un factor de progreso para todos los alumnos. Las actividades en la que las distintas resoluciones constituyen el objeto de estudio enriquecen el conocimiento de todos los alumnos. Esto es posible porque, además de alentar la explicitación de los procedimientos y de los conocimientos matemáticos subyacentes —lo cual transforma los conocimientos puestos en acción—, estos momentos posibilitan que descentren su pensamiento, sus propios puntos de vista, y consideren el de los otros, al mismo tiempo abren ante todos el ámbito de las posibilidades, generando condiciones para los avances en sus conocimientos. La interacción entre los alumnos se revela así como una herramienta especialmente adecuada para lograr que los conocimientos se hagan cada vez más explícitos y compartidos.

La comprensión es un derecho de todos los niños y es función de la escuela posibilitar y garantizar el acceso a una relación con los números que permita utilizarlos con toda su potencialidad. Es en la escuela donde los niños podrán encontrarse con situaciones como las que sintetizamos; con un espacio donde la

---

<sup>6</sup> La construcción de regularidades del sistema de numeración —no siempre descubiertas al mismo tiempo por los niños— es facilitada también al indagar sobre los procedimientos utilizados para obtener resultados. Es por eso que, la maestra indaga sobre cómo sabían, por ejemplo que  $36 - 10 = 26$ , y de esta manera alentarlos a que formulen una regla que les permita sortear “contar de uno en uno” para sumar o restar diez: “cuando se resta diez a un número de dos cifras cambia el de adelante en uno menos”. Algo ocurre con los números que les permite evitar el conteo y utilizar esa regularidad en el momento de operar con ellos.

heterogeneidad de conocimientos tenga cabida y juegue un papel productivo, donde recibir información que les permita progresar en sus conocimientos numéricos.

### Referencias:

Alvarado, M. y Ferreiro, E. (2002) "La construcción del sistema gráfico numérico en los momentos iniciales de la adquisición del sistema gráfico alfabético" tesis de doctorado, dirigida por la Dra. Ferreiro, México, DIE/Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados.

Alvarado, M. y Ferreiro, E. (2000): "El análisis del nombre de números de dos dígitos en niños de 4 años" *Revista Latinoamericana de Lectura (Lectura y Vida)* Año XXI- N°1

Brizuela, B. (1997) "Inventions and conventions: A store about capital numbers". *For the learning of Mathematics*, N° 17, 1, 2-6

Brizuela, B. (2000): "Algunas ideas sobre el sistema de numeración escrito en niños pequeños", en Elichiry, N. (Comp.) *Aprendizaje de niños y maestros: Hacia la construcción de un sujeto educativo*. Editorial Manantial. Buenos Aires

Broitman, C. y Kuperman, C. (2005) *Interpretación de números y exploración de regularidades en la serie numérica*. Ficha de Cátedra Didáctica de Nivel Primario. Departamento de Ciencias de la Educación. Facultad de Filosofía y Letras. Universidad de Buenos Aires.

Ginsburg, Herbert P. (1989). *Children's Arithmeetic*. Texas. Pro-ed

Kamii, C. (1985) *El niño reinventa la aritmética* España, Ed. Visor.

Kaplan, R. Yamamoto, T y Ginsburg, H. (1989) "La enseñanza de conceptos matemáticos" en Resnick y Klopfer *Currículum y Cognición* Buenos Aires. Editorial Aique.

Lerner, Delia (1992 a): *La matemática en la escuela aquí y ahora*, Buenos Aires, Aique.

Lerner, Delia (1992 b). "Constructivismo y Escuela". En: *Cuadernos de la Fundación EPPEC*. Buenos Aires.

Lerner, Delia (2005). "¿Tener éxito o comprender? Una tensión constante en la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración". En Alvarado, M. y Brizuela, B. (Compiladoras) *Haciendo números. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia*. México: Paidós Mexicana. Reproducido en *Enseñar Matemática Nivel Inicial y Primario, N° 01 y 02*.

Lerner, Delia; Sadovsky, Patricia y colab. de Wolman, Susana (1994): "El sistema de numeración: un problema didáctico". En Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comps.): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Quaranta, M.E.; Tarasow, P.; Wolman, S. (2003). "Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración: avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas". En Panizza, M. (comp), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Buenos Aires: Paidós [Hay versión en portugués: *Ensinar matemática na educacao infantil e nas series iniciais*. Brasil. Artmed 2006].

Resnick, L. & Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.

Scheuer, N; Sinclair, A.; Melo de Rivas, S. y Tieche, Ch. (2000). "Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: Niños de 5 a 8 años produciendo numerales". En: *Infancia y Aprendizaje*, 90, 31-50.

Sinclair, A. Tieche-Cristinat, C, & Garín, A. (1994). « Comment l'enfant interprète-t-il les nombres écrits á plusieurs chiffres? ». En M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P.Tavignot (eds) : *Vingt ans des mathématiques en France*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Wolman, S. (1999). "Los algoritmos de suma y resta: ¿por qué favorecer desde la escuela los procedimientos infantiles?". En: *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación*. Año VIII, No 14, agosto de 1999.